Combinación de distribuciones de probabilidad con AHP

Joseba Esteban López , José Javier Dolado
Departamento de Lenguajes y Sistemas
Universidad del País Vasco U.P.V./E.H.U.
jose.esteban@ehu.es, dolado@si.ehu.es

No Institute Given

Resumen Dado el creciente aumento del uso de las redes Bayesianas en el área de la ingeniaría del software y que dichas redes trabajan con distribuciones de probabilidad tanto discretas como continuas, creemos interesante conocer como combinar varias de estas distribuciones. En este artículo se presenta el método matemático *combinación lineal de opiniones* para aunar distintas distribuciones de probabilidad. El único inconveniente que presenta este sencillo método, consiste en establecer los pesos de cada variable aleatoria. Combinando dicho método con el método de ayuda a toma de decisiones *Analytic Hierarchy Process*, podemos establecer los pesos de cada variable. En este artículo se exponen dos planteamientos en la combinación de distribuciones de probabilidad: combinar varias estimaciones de expertos para obtener una estimación más fiable, y estimar una variable global a partir de la estimación de las partes que lo componen.

1. Introducción

Las redes Bayesianas son cada vez más populares dentro de la ingeniería, la inteligencia artificial y la estadística. En la ingeniería del software se han utilizado en diferentes áreas como la estimación del esfuerzo y la calidad o en pruebas de software. Las redes Bayesianas son modelos gráficos probabilísticos utilizados en la toma de decisiones [1]. Dichas redes trabajan con variables aleatorias. Una variable aleatoria es una variable que puede tomar un valor numérico determinado por el resultado del experimento aleatorio. Es decir, sólo puede tomar un conjunto de valores concretos. Las variables aleatorias se representan mediante distribuciones de probabilidad. La distribución de probabilidad de una variable aleatoria establece el rango y la probabilidad de los valores que puede tomar la variable. Estas distribuciones de probabilidad pueden ser continuas o discretas determinando, de esta forma, el tipo de variable aleatoria. Se denomina variable continua a aquella que puede tomar cualquiera de los infinitos valores existentes dentro de un intervalo. En el caso de variable continua la distribución de probabilidad es la integral de la función de densidad. Por el contrario, se denomina distribución de variable discreta a aquella cuya función de probabilidad sólo toma valores positivos en un conjunto de valores finito o infinito numerable y se denomina función de masa de probabilidad.

Las redes Bayesianas se componen de dos partes. Una parte cualitativa que consiste en una estructura gráfica formada por nodos (variables aleatorias) y dependencias entre nodos. Y otra parte cuantitativa correspondiente a las tablas de probabilidad de los nodos. Estas tablas de probabilidad se pueden obtener a partir de bases de datos (en el caso de la ingeniería del software, de proyectos ya finalizados) o de una manera subjetiva, utilizando creencias de expertos en el domino [2] **Referencia Dolado 2007**.

En el caso de basarnos en el juicio experto para obtener las distribuciones de probabilidad de cada variable, es aconsejable apoyarse en varios expertos con el fin de minimizar posibles errores. Consultar a varios expertos puede verse como una versión subjetiva de aumentar la muestra en un experimento o de incrementar la información de base, es decir, hacerlo más fiable. Esto implica que los expertos deben resolver sus diferencias en cuanto a la definición de cada variable y ponerse de acuerdo en qué es lo que se quiere estimar. Conseguir llegar a un consenso entre los diferentes expertos puede suponer un gran esfuerzo, por lo que es recomendable que cada experto se familiarice con el el domino del problema con el fin de que todos tengan una idea similar del problema [3].

Una vez están de acuerdo, cada experto debe proporcionar su estimación en forma de distribución de probabilidad. Incluso estando conformes con las definiciones de las variables, es posible que los expertos estén en desacuerdo con las probabilidades de dichas variables. Estas desavenencias pueden deberse al empleo de diferentes métodos de obtención de información, las variaciones de los conjuntos de información que utilizan los expertos o los diferentes enfoques filosóficos. En cualquier caso, si los expertos nunca estuvieran en desacuerdo, no tendría cabida consultar a más de un experto. Una vez tenemos las diferentes opiniones de los expertos en forma de distribuciones de probabilidad, hay que combinarlas [3].

La combinación de distribuciones de probabilidad no es un ámbito exclusivo de unificar estimaciones de diferentes expertos sobre la misma variable. También puede darse la necesidad de aunar distintas distribuciones de probabilidad para obtener una distribución que globalice el resto de distribuciones. Por ejemplo, se puede establecer el esfuerzo de desarrollo de un software como la suma del esfuerzo de las diferentes funcionalidades que lo componen. En este caso consistiría en combinar la estimación de esfuerzo de cada funcionalidad que compone un software, para obtener una estimación del esfuerzo total del mismo. Las variables que se quieren combinar deben ser del mismo tipo (esfuerzo en nuestro ejemplo).

El enfoque axiomático, que comentamos en el apartado 2, permite combinar las distribuciones de probabilidad. Para poder utilizar este enfoque hay que establecer pesos a cada estimación. Con este objetivo, nosotros proponemos el método de ayuda a la toma de decisiones Analytic Hierarchy Process (A.H.P.) que planteamos en el tercer y cuarto apartado de este artículo. Por último exponemos las conclusiones y trabajo futuro.

2. Método matemático para la combinación de distribuciones de probabilidad: Enfoque axiomático

Los métodos de agregación matemáticos se componen de procesos analíticos que operan sobre varias distribuciones de probabilidad individuales para obtener una única distribución de probabilidad combinada. Estos métodos matemáticos van desde simples cálculos de sumas, como la media aritmética o geométrica de las probabilidades, hasta procedimientos basados en enfoques axiomáticos [3]. En esta sección exponemos una técnica axiomática para la combinación de distribuciones de probabilidad: Combinación lineal de opiniones (*linear opinion pool*) en el apartado 2.1.

2.1. Combinación lineal de opiniones (*linear opinion pool*)

Este método sencillo de combinación de probabilidades se remonta a la época de Laplace y consiste en aplicar la formula 1, donde n es el número de expertos, $p_i(\Theta)$ representa la distribución del experto i-ésimo para la variable Θ, $p(\Theta)$ representa la distribución de probabilidad combinada, y w_i representa los pesos. Estos pesos han de sumar uno. Por simplificar, p representa la función de masa de en el caso de una distribución de probabilidad conjunta, y la función de densidad en el caso continuo [3].

$$p(\Theta) = \sum_{i=1}^{n} w_i p_i(\Theta) \tag{1}$$

En el caso de querer unificar distribuciones de probabilidad para obtener las distribución de probabilidad de una variable global, n sería el número de variables no globales a combinar, $p_i(\Theta)$ representaría la distribución de la variable i-ésima del mismo tipo de variables a combinar, y $p(\Theta)$ representa la distribución de probabilidad combinada.

Esta técnica es claramente una combinación lineal ponderada de las probabilidades de los expertos. Este método de combinación es fácil de calcular y de entender, además de satisfacer varios axiomas. Por ejemplo, satisface la propiedad de unanimidad (*unanimity*) que establece que si todos los expertos están de acuerdo en una probabilidad, entonces también estarán de acuerdo en la probabilidad combinada. Este método de combinación es el único que cumple la propiedad de marginación: supongamos de Θ es un vector de probabilidades y que nos interesa sólo un elemento de dicho vector, Θ_j, la propiedad de marginación establece que las probabilidades combinadas son las mismas tanto si combinamos las distribuciones marginales de Θ_j, como si combinamos las distribuciones de probabilidad conjunta Θ y después calculamos la distribución marginal de Θ_j [3].

2.2. Establecimiento de pesos en la combinación lineal de opiniones

Los pesos w_i pueden ser utilizados para representar, de algún modo, la calidad de los diferentes expertos o bien el grado de influencia de cada variable a combinar sobre la variable global. En el caso de querer combinar diferentes estimaciones de distintos expertos sobre una misma variable, los pesos se establecerán de acuerdo a la calidad del experto en el domino como estimador. En el caso de necesitar aunar varias estimaciones para obtener una estimación global, los pesos determinan la influencia relativa de cada variable en la variable global. En el caso del ejemplo anterior de combinar el esfuerzo de cada funcionalidad, no tiene el mismo peso sobre el esfuerzo total una funcionalidad que gestione el acceso de los usuarios a la aplicación, que una funcionalidad que englobe la lógica de negocio de, por ejemplo, una aplicación de alquiler de vehículos vía web, la cual resultará bastante más costosa en términos de esfuerzo.

Si se considera a todos los expertos por igual o que todas las variables influyen de igual manera en una variable global, los pesos tendrán todos el mismo valor $1/n$, siendo n el número de expertos o la cantidad de variables respectivamente. En este caso, este método de combinación de distribuciones de probabilidad se convierte en una media aritmética. Se puede entender que un experto es "mejor"que otro (por ejemplo debido a que dispone de mejor información), esto implicará que el peso asociado a dicho experto tendrá un valor superior al del resto. La determinación de los pesos es una cuestión subjetiva y se pueden dar múltiples interpretaciones a los pesos.

Quizá la mayor complejidad que presenta el método de combinación lineal de opiniones sea el establecimiento de los pesos. Con este fin proponemos la utilización del método de ayuda a la toma de decisiones Analytic Hierarchy Process (A.H.P.) que exponemos en los siguientes apartados.

3. Analytic Hierarchy Process (A.H.P.)

Analytic Hierarchy Process (A.H.P.) es un método de estimación de ayuda a la toma de decisiones basado en múltiples criterios de decisión. AHP fue propuesto por Thomas L. Saaty en la década de los 80 [4]. Desde entonces se ha convertido en una de las técnicas más utilizadas para la toma de decisiones multiatributo. AHP se basa en juicios subjetivos realizados por los expertos. Los expertos aportan su conocimiento subjetivo, consistente en comparaciones entre las principales tareas que constituyen un proyecto software. Los expertos estiman, más que un valor exacto, una medida relativa. Basándose en esta idea, el experto, evaluando la proporción entre cada par de tareas definidas en la aplicación software, consigue una mayor exactitud en sus evaluaciones.

3.1. Algoritmo AHP

El algoritmo del método de estimación Analytic Hierarchy Process consta de cinco pasos que exponen a lo largo de este apartado.

En primer lugar se define el problema. Para esto hay que dividirlo en tres partes: objetivo, criterios y alternativas. El objetivo es la decisión que se ha de tomar. Los criterios representan los factores que afectan a la preferencia o deseabilidad de una alternativa. Pueden estar compuestos por otros criterios o

Definición	Explicación	Valor Relativo	Valor Recíproco
Mismo tamaño	Las dos entidades tienen aproximadamente el mismo tamaño	1	1.00
Ligeramente mayor (menor)	La experiencia o el juicio reconoce una entidad como algo más grande (más pequeño)	3	0.33
Mayor (menor)	La experiencia o el juicio reconoce una entidad como definitivamente más grande (más pequeño)	5	0.20
Mucho mayor (menor)	El dominio de una entidad sobre otra es evidente; un diferencia muy fuerte de tamaño	7	0.14
Extremadamente mayor (menor)	La diferencia entre las entidades comparadas es de un orden de magnitud	9	0.11
Valores intermedios entre puntos adyacentes de la escala	Cuando el compromiso es necesario	2, 4, 6, 8	0.5, 0.25, 0.16, 0.12

Cuadro 1. Escala verbal propuesta por Thomas L. Saaty

subcriterios. Las alternativas son las posibles opciones o acciones de las que se dispone y de las cuales se intenta elegir una. Una alternativa puede ser cualquier entidad relevante en un grupo de interés, como casos de uso, módulos software, objetos etc., es decir, cualquier entidad de la que se pueda conocer las magnitudes que se necesitan a la hora de tomar una decisión. Una vez hecho esto, se debe construir la jerarquía, de la que AHP toma el nombre.

Aunque no se trate de una parte esencial de la metodología de AHP, establecer una escala verbal o *verbal scale* agiliza el proceso de estimación y no hace peligrar la exactitud de la estimación. La escala verbal ayuda a entender cómo de menor es el término "menor que"ó cómo de mayor es el término "mayor que". Se compone de cuatro atributos: definición o etiqueta, explicación, valor relativo y valor recíproco. La escala verbal establece un consenso que evita que los expertos o los participantes en la estimación pierdan tiempo discutiendo sobre el grado de diferencia entre las alternativas comparadas. Thomas L. Saaty [5]nos propone una escala compuesta por nueve valores y sus recíprocos, como se puede ver en 1.

Con la jerarquía y la escala verbal ya bien definidas, se pasa a obtener la matriz de juicios o *judgement matrix*. Es en esta etapa donde entra en juego el juicio experto. El experto, basándose en la escala verbal, debe hacer comparaciones por parejas en cada nivel de la jerarquía, e ir anotándolos en la matriz. La matriz de juicios es de tamaño nxn, siendo n el número de alternativas de las que se dispone. Cada celda de la matriz de juicios contiene un valor a_{ij}, que representa el tamaño relativo de la entidad i respecto del de la entidad j. Los elementos de la matriz se definen como se muestra en (3.1). Si la entidad i es a_{ij} veces mayor (o menor) que la entidad j, entonces la entidad j es $1/a_{ij}$ veces menor (o mayor) que la entidad i. Teniendo en cuenta esta premisa y que la diagonal de la matriz sólo tiene como valor la unidad, no haría falta calcular todos los valores de la matriz. Sólo es necesario calcular una mitad de la matriz, ya sea la parte superior a la diagonal o la inferior.

$$A^{n\times n} = \begin{cases} a_{ij} = \frac{s_i}{s_j} & \text{Cómo de grande o pequeña es la entidad} i \text{respecto de la entidad} j \\ a_{ij} = 1 & \text{Las entidades} i y j \text{son de la misma proporción} \\ a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}} & \text{Inversamente proporcionales} \end{cases} \tag{2}$$

A la hora de hacer las comparaciones por parejas, es necesaria la colaboración del experto y al menos una entidad de referencia o *reference task* de la que se conozca su magnitud real. Las proporciones de la entidad de referencia son las primeras que se han de situar en la matriz. Es importante que la proporción de esta entidad no ocupe los valores extremos de la escala verbal, sino que se sitúe más o menos hacia la mitad de la escala. De esta manera se minimizan los posibles prejuicios introducidos en la matriz de juicios. Otra posibilidad, con el mismo objetivo, radica en introducir más de una entidad de referencia repartidas uniformemente en la escala verbal.

Se debe elaborar una matriz de juicios por cada criterio a tener en cuenta en la toma de decisión. A continuación se calcula la escala de proporción o *ratio scale*. La escala de proporción es un vector r en el que cada posición del vector contiene un valor proporcional a la entidad i en relación al criterio elegido. Des esta forma tendremos un vector de proporción por cada criterio elegido. Asimismo, se debe componer una matriz de juicios comparando los criterios elegidos en la toma de decisión y, a continuación, calcular la escala de proporción entre los criterios. Este vector nos permite ponderar cada criterio y así conocer qué criterios afectan más a la decisión. También se calcula un índice de inconsistencia o *inconsistency index* por cada matriz. Este índice nos proporciona una medida de cómo de lejos está nuestra estimación de la consistencia perfecta. Una matriz de juicios perfectamente consistente es aquella en la que todos sus elementos satisfacen $a_{ij} \times a_{jk} = a_{ik}\ \forall i, j, k$.

Como procedimiento para calcular la escala de proporción y el índice de inconsistencia, proponemos la utilización del modelo propuesto por Eduardo Miranda en [5], por sencillez y buenos resultados. Hay que calcular la media geométrica v_i de cada fila de la matriz de juicios definida para un determinado criterio. El valor de v_i viene dado por (3). La escala de proporción, denominada vector de valores propios o *eigenvalue*, r, consiste en un vector en el que cada valor se calcula aplicando (4).

$$v_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} a_{ij}} \tag{3}$$

$$r = [r_1,\ r_2,\ \ldots\ , r_n]\ con\ r_i = \frac{v_i}{\sum_{j=1}^{n} v_j} \tag{4}$$

El índice de inconsistencia se puede calcular de la siguiente forma (5).

$$CI = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j>i}^{n} \left(ln\ a_{ij}\ -\ ln\ \frac{v_i}{v_j} \right)^2}}{\frac{(n-1)\times(n-2)}{2}} \tag{5}$$

A partir del vector de valores propios o *eigenvalue* y el valor real de la entidad de referencia, se puede calcular el valor absoluto de cada entidad. Para ello se debe aplicar la expresión (6). Aplicando estos cálculos con el resto de criterios, previamente ordenados según el porcentaje de contribución sobre el proyecto en su totalidad, se puede calcular el valor de cada alternativa.

$$Valor_i = \frac{r_i}{r_{refrencia}} \times Valor_{refrencia} \tag{6}$$

En el siguiente apartado, se muestran las características más relevantes de AHP . También se indican los principales problemas que presenta este método de estimación.

3.2. Características de AHP

Analytic Hierarchy Process es uno de los métodos de estimación más sencillos cuya mayor dificultad radica en identificar los atributos y su contribución relativa. Además, proporciona una visión del proyecto software jerarquizada, estructurada y sistemática. Asimismo, AHP es poco propenso a errores, permitiendo estimaciones precisas con hasta un 40 % de comparaciones erróneas. A pesar de este dato no se puede afirmar que AHP sea mejor que la estimación experta, ya que está basado, precisamente, en comparaciones hechas por expertos entre pares de tareas.

AHP aporta una notable ventaja para los expertos, ya que resulta más sencillo hacer comparaciones por parejas (entre los pares de tareas) que estimar cada tarea de una en una. Por otro lado, el número de comparaciones que deben realizar puede suponer un problema. Esto se debe a que la relación de las comparaciones a realizar y el número de tareas es de orden cuadrático. Si nuestro proyecto se compusiera de n tareas, el número de comparaciones que se deberían realizar sería de $n(n-1)/2$. En el supuesto de manejar 30 tareas, se deberán realizar 435 comparaciones. Para evitar esto, aún a riesgo de aumentar la homogeneidad de la matriz de juicios, se pueden agrupar las tareas similares en grupos más reducidos.

En las fases iniciales del desarrollo de un proyecto software suele darse una carencia de datos de referencia. El método de estimación AHP resulta muy útil en estas etapas iniciales, ya que como mínimo necesita un único dato de referencia: la tarea de referencia. Esta característica nos posibilita hacer estimaciones bastante precisas en fases tempranas del desarrollo de un proyecto software. Es importante que el porcentaje de contribución de la tarea de referencia al proyecto global sea lo más preciso posible. Esto aumentará la exactitud de las estimaciones del resto de las tareas. En caso contrario, podrá derivar en errores. La exactitud de las predicciones también se verá mejorada con el uso de más de una tarea de referencia.

Con el método de estimación AHP puede darse el fenómeno del Rank Reversal o alteración del rango. Este fenómeno consiste en un cambio en el ranking relativo de las tareas, al introducir una nueva tarea o eliminar una de ellas. Los autores Ying-Ming Wang y Taha M.S. Elhag en [6], exponen la existencia de varias propuestas enfocadas a evitar el fenómeno de la alteración en el rango. Estas propuestas tienen en cuenta si la alternativa introducida o eliminada del conjunto de alternativas seleccionadas agrega o no información. En ese mismo artículo se expone la propuesta de los autores, en la que se preserva el ranking de las alternativas sin necesidad de variar los pesos de las alternativas ni el número de criterios. Para esto, los autores proponen la normalización del vector de valores propios o *eigenvalue*.

Un aspecto a tener en cuenta utilizando el método de estimación AHP radica en la escala elegida, tanto por su proporción como por el número de puntos que la constituyen. En AHP el éxito en las estimaciones reside en la exactitud de las comparaciones entre las tareas. Estas comparaciones, son consecuencia directa de la escala de evaluación elegida, así como del número de puntos de la escala. La escala propuesta por Thomas L. Saaty en [4], propone el uso de una escala que varía entre 1/9 y 9, lo que supone un total de 17 puntos en la escala. En [7] los autores aconsejan el uso de una escala con un número de etiquetas más bajo, ya que esto nos facilitará el manejo de la escala. Eduardo Miranda en [5] también propone una escala diferente. Ésta consta de menos puntos que la propuesta por Saaty, y según el autor, es más fácil de utilizar por los expertos.

4. AHP como ponderador

El modo en el que AHP realiza las comparaciones entre las diferentes tareas nos ofrece un buen recurso para establecer los pesos. El procedimiento es más sencillo que el propio algoritmo de AHP. Básicamente es suficiente con construir la matriz de comparaciones y a continuación calcular el vector de valores propios. Se trata de comparar las variables o los expertos unos con otros utilizando la matriz de comparaciones. Estas comparaciones nos sirven para capturar el juicio experto, como ya se ha comentado. El experto deberá responder a una pregunta que permita establecer las diferentes influencias de las variables o de los expertos. La pregunta sería de la forma *¿cuánta más (menos) importancia tiene la variable v_i comparado con la variable v_j sobre la variable global?* o *¿cuánto más (menos) relevante es la opinión del experto p_i comparado con el experto p_j en este dominio?*.

Las preguntas están formuladas de manera que se compara la influencia de cada variable respecto a la variable global. Una vez realizada las comparaciones con ayuda de la escala verbal, obtenemos el vector de valores propios o de proporción. Este vector establece una proporción entre las diferentes variables comparadas acorde al criterio establecido en la pregunta formulada. La influencia de una variable sobre otra global se puede interpretar como el peso de dicha variable sobre la variable global. De esta forma, el vector de valores propios se puede interpretar del mismo modo como un vector de pesos. Por tanto, el vector de valores propios nos proporciona directamente los pesos de cada variable.

A continuación presentamos dos ejemplos donde podemos ver la aplicación del método.Veremos un ejemplo de cómo combinar diferentes opiniones de distintos expertos, y otro para mostrar cómo aunar estimaciones de diferentes variables en una más global.

4.1. Combinar diferentes opiniones de expertos

En esta sección aplicamos el método de combinación lineal de opiniones de varios expertos sobre una misma variable. El objetivo es obtener una estimación más confiable que si esta fuera llevada a cabo por un sólo experto. En este ejemplo contamos con tres expertos. Para poder aplicar el método de combinación necesitamos establecer el peso de cada experto. Con este fin, en nuestro ejemplo, se tendrá en cuenta la experiencia de cada miembro y la información de que disponga, tanto en términos de cantidad como de calidad:

- E_1: 10 años de experiencia, dispone se mucha información fiable
- E_2: 5 años de experiencia, dispone se poca información y es poco fiable
- E_3: 15 años de experiencia, dispone se mucha información poco fiable

A los expertos (E_i) se les asocia un peso utilizando el método A.H.P. como se ha explicado anteriormente. Las comparaciones se realizan acorde a la escala verbal propuesta por Saaty que podemos ver en la tabla 1. Las comparaciones entre los diferentes expertos las debe realizar otro experto con el fin de que sea lo más objetiva posible (ver figura 1).

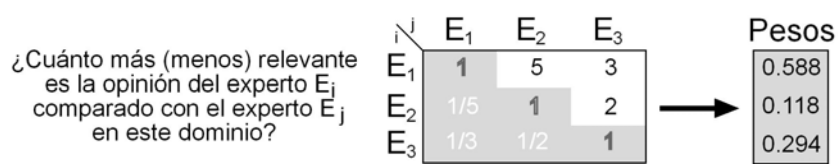

Figura 1. Matriz de juicios y vector de pesos

Los expertos serán los encargados de realizar las estimaciones de una variable aleatoria. En este ejemplo la variable aleatoria que utilizaremos será un factor comúnmente utilizado en el área de estimación de esfuerzo software: la *complejidad del software*. Lo primero que tienen que hacer los expertos es ponerse de acuerdo en lo que se entiende por *complejidad de software* y los valores que puede tomar. Suponemos que en nuestro ejemplo ya se han puesto de acuerdo y han establecido que la variable será discreta y contará con tres estados: *Baja*, *Media* y *Alta*. En la figura 2 podemos ver las distribuciones de probabilidad de la variable *complejidad* realizada por los tres expertos con los que cuenta el ejemplo.

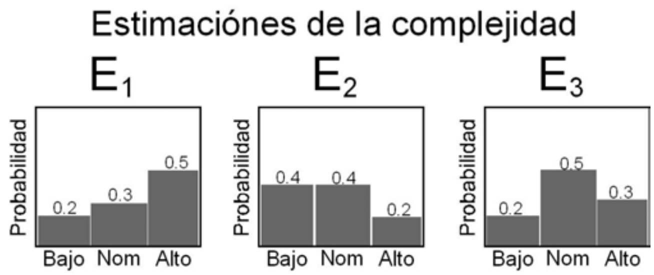

Figura 2. Estimaciones de los expertos sobre la variable *Complejidad*

A continuación lo único que nos queda por hacer es aplicar el método de combinación lineal de opiniones (ver formula 7) y obtener la distribución de probabilidad combinada que podemos ver en la figura 3.

$$
\begin{array}{l}
p(\Theta) = \sum_{i=1}^{n} w_i p_i(\Theta) \\
p(Complejidad_{Baja}) = 0{,}588 * o{,}2 + 0{,}118 * 0{,}4 + 0{,}294 * 0{,}2 = 0{,}2236 \\
p(Complejidad_{Media}) = 0{,}588 * o{,}3 + 0{,}118 * 0{,}4 + 0{,}294 * 0{,}5 = 0{,}3706 \\
p(Complejidad_{Alta}) = 0{,}588 * o{,}5 + 0{,}118 * 0{,}2 + 0{,}294 * 0{,}3 = 0{,}4058
\end{array}
\tag{7}
$$

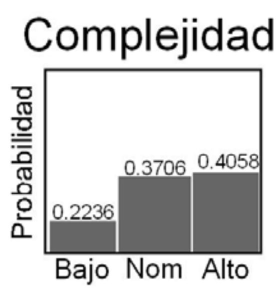

Figura 3. Distribución de probabilidad combinada de la *Complejidad*

4.2. Combinar diferentes variables para establecer una variable globalizadora

En este caso nos planteamos estimar una variable aleatoria a partir de la estimación de cada una de sus partes. Como ejemplo utilizaremos el esfuerzo de desarrollo de un proyecto software y supondremos que el esfuerzo de desarrollo de un software se establece a partir del esfuerzo de desarrollo de cada una de sus partes (esto no es del todo cierto ya que depende de más factores que afectan al esfuerzo total, pero nos sirve como ejemplo). Pongamos como ejemplo un proyecto software que se compone de tres funcionalidades:

- F_1: Núcleo básico - módulos de seguridad, backup y gestión de usuarios
- F_2: Docu - módulo encargado de gestionar toda la documentación
- F_3: Reservas - módulo encargado de la gestión de reservas de automóviles

Hay que tener en cuenta que, como en este ejemplo, las distribuciones de probabilidad que queremos combinar deben ser del mismo tipo, en nuestro caso el esfuerzo necesario para desarrollar cada una de las funcionalidades. Lo primero que debemos hacer es establecer los pesos. En nuestro ejemplo los pesos nos indican la influencia relativa de cada funcionalidad en el esfuerzo total. Para esto crearemos la matriz de comparaciones. Las filas y las columnas de la matriz de comparaciones estarán formadas por las diferentes alternativas, en nuestro caso las funcionalidades F_1, F_2 y F_3. A continuación, con ayuda de un experto en el dominio, realizaremos las comparaciones entre cada una de las funcionalidades respondiendo a la pregunta: *¿Cuánto más (menos) influencia tiene la funcionalidad F_i sobre el esfuerzo comparándolo con la funcionalidad F_j?*. Ver figura 4.

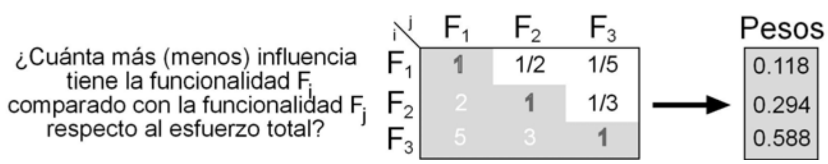

Figura 4. Matriz de juicios y vector de pesos

Para responder a estas comparaciones utilizaremos la escala verbal propuesta por Saaty que aparece en el cuadro 1. Podemos ver en la figura 4 las comparaciones realizadas por un experto así como el resultado del siguiente paso: calcular el vector de proporciones. Dado que este vector responde a la pregunta antes formulada que compara la influencia de cada funcionalidad sobre el esfuerzo total y sus valores suman uno, lo podemos interpretar como el peso de cada funcionalidad respecto al esfuerzo.

Una vez calculados los pesos procedemos a combinar las distribuciones de probabilidad de cada funcionalidad. Estas distribuciones representan una estimación del esfuerzo de desarrollo de cada funcionalidad. En nuestro ejemplo se trata de distribuciones de probabilidad discretas en tres estados: *Bajo*, *Nominal* y *Alto*. En la figura 5 podemos ver las distribuciones de probabilidad obtenidas a partir de un experto.

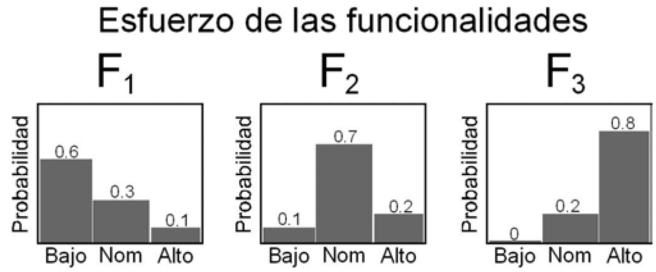

Figura 5. Distribuciones de probabilidad de las funcionalidades y el esfuerzo total

Los cálculos necesarios para establecer la distribución de probabilidad del esfuerzo total se muestran en 8. Se calcula por estados: se multiplica el peso de cada variable por la probabilidad del estado de dicha variable. Se suman y ya tenemos la probabilidad del estado de las variable global.

$$p(\Theta) = \sum_{i=1}^{n} w_i p_i(\Theta)$$

$$p(\Theta_{Bajo}) = 0{,}118 * o{,}6 + 0{,}294 * 0{,}1 + 0{,}588 * 0 = 0{,}1002$$
$$p(\Theta_{Nominal}) = 0{,}118 * o{,}3 + 0{,}294 * 0{,}7 + 0{,}588 * 0{,}2 = 0{,}3588$$
$$p(\Theta_{Alto}) = 0{,}118 * o{,}1 + 0{,}294 * 0{,}2 + 0{,}588 * 0{,}8 = 0{,}541 \quad (8)$$

Se trata de un método muy sencillo de calcular una vez tenemos los pesos de las variables. En la figura 6 podemos ver la distribución de probabilidad del esfuerzo total.

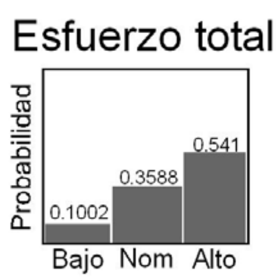

Figura 6. Distribuciones de probabilidad del esfuerzo total

5. Conclusiones y trabajo futuro

En este artículo se ha presentado una técnica de combinación de distribuciones de probabilidad. El método de combinación lineal de opiniones resulta ser un método muy sencillo de aplicar y de entender, donde la mayor dificultad consiste en establecer los pesos de cada variable o experto. Para el establecimiento de dichos pesos consideramos que el método de ayuda a la toma de decisiones Analytic Hierarchy Process (A.H.P.)resulta apropiado para este fin, además de sencillo y fiable.

Se ha expuesto la combinación de ambos métodos desde dos puntos de vista bastante útiles dentro de la ingeniería del software. Por un lado se puede utilizar la combinación lineal de opiniones para combinar diferentes estimaciones de distintos expertos. Pero también se puede aplicar el mismo enfoque para establecer la estimación de una variable a partir de la combinación de la estimación de sus partes, por ejemplo entendiendo la estimación del esfuerzo de desarrollo de un software como la combinación de las estimaciones las funcionalidades que componen dicho software.

Agradecimientos: Este trabajo se ha desarrollado gracias a la financiación del proyecto TIN2004-06689-C03-01.

Referencias

1. Enrique Castillo, Jose M. Gutierrez, and Ali S. Hadi. *Expert Systems and Probabiistic Network Models*. Springer-Verlag New York, Inc., Secaucus, NJ, USA, 1996.
2. Esperanza Manso and Jose Javier Dolado. *Técnicas cuantitativas para la gestión en la Ingeniería del software*. Netbiblio, 2007.
3. Clemen R.T. and Winkler R.L. Combining probability distributions from experts in risk analysis. *Risk Analysis*, 19:187–203(17), April 1999.
4. T.L. Saaty. How to make a decision - the analytic hierarchy process. *INTERFACES*, 24(6):19–43, NOV-DEC 1994.
5. Eduardo Miranda. Improving subjective estimates using paired comparisons. *IEEE Software*, 18(1):87–91, feb 2001.
6. Ying-Ming Wang and Taha M. S. Elhag. An approach to avoiding rank reversal in ahp. *Decis. Support Syst.*, 42(3):1474–1480, 2006.
7. Sahrman Barker Martin Shepperd and Martin Aylett. The analytic hierarchy process and data-less prediction. *Empirical Software Engineering Research Group ESERG: TR98-04*, 1998.